

## TD OPTIQUE.

### \* Exercice 1 : Points to note/corrections.

1 → Vitesse de propagation ( $v$ ).

On a  $n = \frac{c}{v}$  - Or dans le vide,  $n=1 \Rightarrow c = v = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

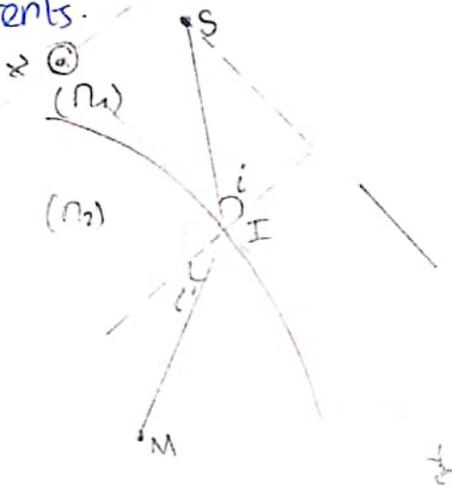
→ Comme  $\lambda = 600 \text{ nm}$ , cette onde appartient au domaine du visible et elle possède une couleur : Orange.

2  $\lambda_2 = 240 \text{ nm}$

Comme  $240 \text{ nm} \notin [400 \text{ nm}, 750 \text{ nm}]$ , cette onde n'est plus dans le domaine du visible et on ne peut plus lui attribuer une couleur.

### Exercice 2

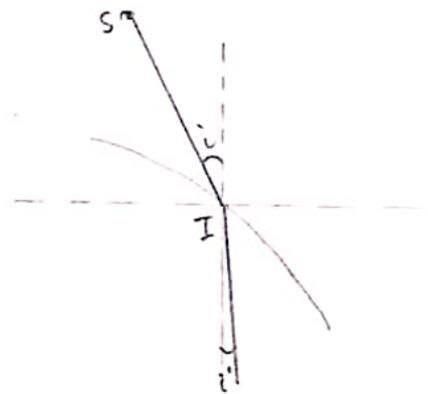
Un dioptre est une surface de séparation entre deux milieux différents.



$$S \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix}$$

$$I \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$M \begin{pmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{pmatrix}$$



$$L(SM) = n_1 SI + n_2 IM.$$

$$= n_1 \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z - z_s)^2} + \sqrt{(x_m - x)^2 + (y_m - y)^2 + (z_m - z)^2}$$

En utilisant le principe de Fermat qui dit que "Le trajet suivi par la lumière allant d'un point A à un point B est celui de durée stationnaire".

$$\text{On a } d(L(SM)) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial (L(SM))}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial (L(SM))}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial (L(SM))}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial(L(SM))}{\partial x} = \frac{x - x_s}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_s)^2}} = \frac{x - x_s}{SI}$$

$$\frac{\partial(L(SM))}{\partial y} = \frac{y - y_s}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_s)^2}} = \frac{y - y_s}{SI}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(L(SM))}{\partial x} &= n_1 \frac{x - x_s}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_s)^2}} - n_2 \frac{x_M - x}{\sqrt{(x_M - x)^2 + (y_M - y)^2 + (z_M - z)^2}} \\ &= n_1 \frac{x - x_s}{SI} - n_2 \frac{x_M - x}{IM} = 0 \\ \Rightarrow n_1 \frac{x - x_s}{SI} &= n_2 \frac{x_M - x}{IM} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(L(SM))}{\partial y} &= n_1 \frac{y - y_s}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_s)^2}} - n_2 \frac{y_M - y}{\sqrt{(x_M - x)^2 + (y_M - y)^2 + (z_M - z)^2}} \\ &= n_1 \frac{y - y_s}{SI} - n_2 \frac{y_M - y}{IM} = 0 \\ \Rightarrow n_1 \frac{y - y_s}{SI} &= n_2 \frac{y_M - y}{IM} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(L(SM))}{\partial z} &= n_1 \frac{z - z_s}{SI} - n_2 \frac{z_M - z}{IM} = 0 \\ \Rightarrow n_1 \frac{z - z_s}{SI} &= n_2 \frac{z_M - z}{IM} \end{aligned}$$

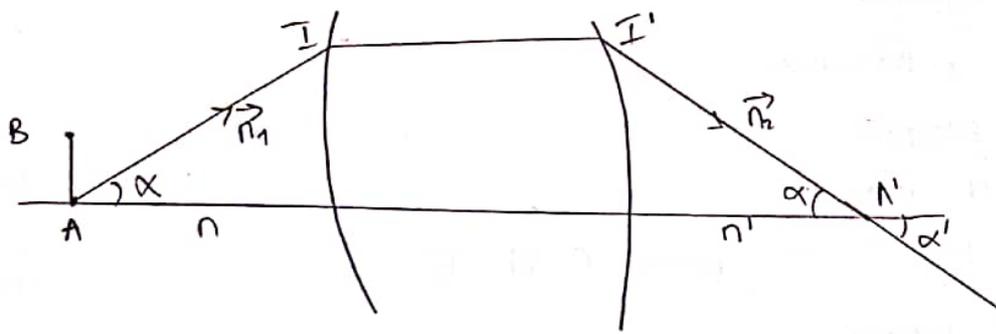
$$\Rightarrow \begin{cases} n_1 \frac{x - x_s}{SI} = n_2 \frac{x_M - x}{IM} \\ n_1 \frac{y - y_s}{SI} = n_2 \frac{y_M - y}{IM} \\ n_1 \frac{z - z_s}{SI} = n_2 \frac{z_M - z}{IM} \end{cases}$$

1) Dédution de les lois de Descartes.

$$n_1 \frac{x - x_s}{SI} = n_2 \frac{x_M - x}{IM}$$

$$\rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin i' \quad , \quad \text{car } \sin i = \frac{x - x_s}{SI} \text{ et } \sin i' = \frac{x_M - x}{IM}$$

$$\text{d'où } \frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n_2}{n_1}$$



Condition pour que S soit stigmatique pour B et B'

$$L(AA') = L_{AI} + L_{II'} + L_{I'A'}$$

$$L(AA') = n \overline{AI} + L_{II'} + n' \overline{I'A'}$$

$$\text{Or } \overline{AI} = \overrightarrow{AI} \cdot \vec{n}_1$$

$$\overline{I'A'} = \overrightarrow{I'A'} \cdot \vec{n}_2$$

$$L(AA') = n \overrightarrow{AI} \cdot \vec{n}_1 + L_{II'} + n' \overrightarrow{I'A'} \cdot \vec{n}_2$$

$$= L_{II'} + n \overrightarrow{AI} \cdot \vec{n}_1 - n' \overrightarrow{A'I} \cdot \vec{n}_2$$

$$= \text{cte (d'après théorème de Fermat)}$$

Par le point P.

$$L(BB') = L_{BA} + L_{AI} + L_{II'} + L_{I'A'} + L_{A'B'}$$

$$L(BB') = L(AA') + L_{BA} + L_{A'B'}$$

$$\text{Or } L(AA') = \text{cte}$$

Donc

$$L(BB') = L(AA') + \Delta L = \text{cte}$$

$$\text{avec } \Delta L = L_{BA} + L_{A'B'}$$

$$\Delta L = n \overline{BA} + n' \overline{A'B'}$$

$$= n \overrightarrow{BA} \cdot \vec{n}_1 + n' \overrightarrow{A'B'} \cdot \vec{n}_2$$

$$= n' \overrightarrow{A'B'} \cdot \vec{n}_2 - n \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_1$$

$$= n' \overline{A'B'} \vec{e}_x \cdot \vec{n}_2 - n \overline{AB} \vec{e}_x \cdot \vec{n}_1$$

$$\Delta L = n' \overline{A'B'} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha'\right) - n \overline{AB} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$= n' \overline{A'B'} \sin(\alpha') - n \overline{AB} \sin(\alpha)$$

$$= \text{cte} \quad \text{car } L(BB') = \text{cte}$$

$$n' \overline{A'B'} \sin \alpha = n \overline{AB} \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha n' \overline{A'B'} = n \overline{AB} \sin \alpha$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{n' \sin \alpha'}{n \sin \alpha}$$

donc S est stigmatique pour B et B'

$$S: \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{n' \sin \alpha'}{n \sin \alpha}$$

Teacher's own

$$L(BB') = L(BA) + L(AA') + L(A'B')$$

$$= n \overline{BA} \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) + n' \overline{AA'} \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha') = cte$$

$$\Rightarrow n \overline{BA} \sin \alpha + n' \overline{AA'} \sin \alpha' = cte$$

$$n n_1 \overline{BA} \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) + n' n_2 \overline{AA'} \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha') = cte$$

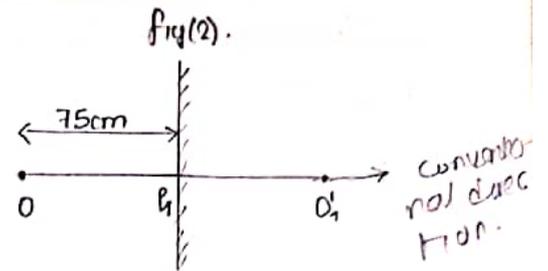
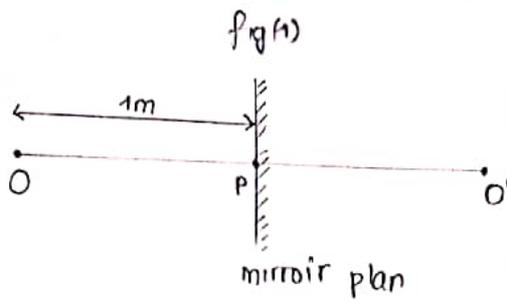
$$n n_1 \overline{BA} \sin \alpha + n' n_2 \overline{AA'} \sin \alpha' = cte$$

lorsque l'objet est à une très grande distance de S,  $\alpha$  devient

$$\rightarrow \sin \alpha \approx \alpha \text{ et } \sin \alpha' \approx \alpha'$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{n' \alpha'}{n \alpha}$$

Exercice 1



de l'observateur

Considérons la représentation de l'œil  $O$ , et de son image  $O'$  concernant la translation de l'énoncé du théorème, l'image évolue dans le sens de déplacement du miroir.

1) Distance entre l'observateur et son image

$$\begin{aligned} \overline{OP} &= \overline{PO'} = 1\text{m} \\ \Rightarrow \overline{OO'} &= \parallel \overline{OP} + \overline{PO'} \parallel \\ \overline{OO'} &= 2\text{m} \end{aligned}$$

Donc l'observateur est à 2m de son image dans le miroir.

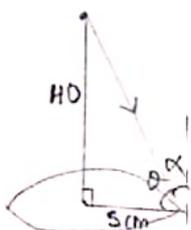
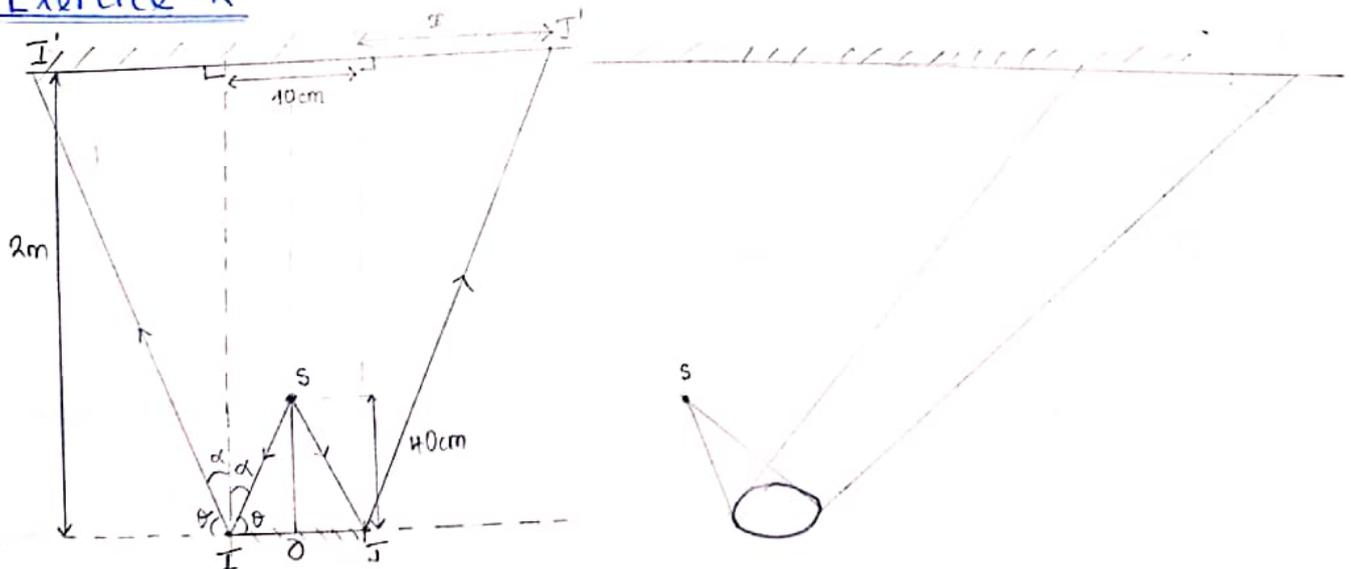
2) Quand le miroir est déplacé en avant de 25cm, on a,

$$\begin{aligned} \overline{OO_1} &= \overline{OP_1} + \overline{P_1O_1} \\ &= (75 + 75)\text{cm} \\ \overline{OO_1} &= 1,5\text{m} \end{aligned}$$

L'observateur est à 1,5m de son image dans le miroir.

• Quand le miroir est redéplacé en arrière, il revient au point P. Donc l'observateur est toujours à ~~2m~~ <sup>2,5</sup> de son image.

Exercice 2

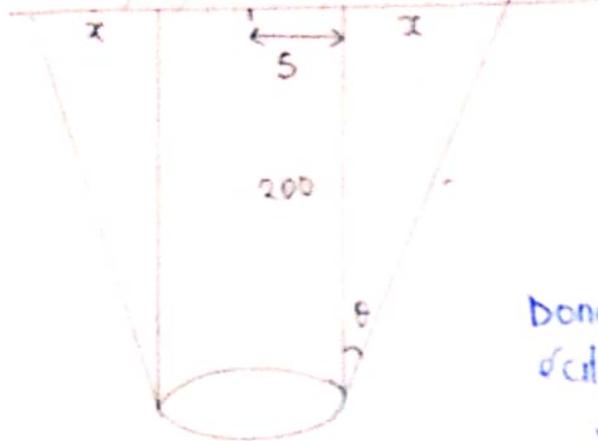


1) Calculons le diamètre  $d$ . Considérons le rayon qui frappe le point sur la circonférence du miroir comme celui-ci.

Calculons  $\theta$ ,  $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{40}{5}\right)$   $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{30}{01}\right)$   
 $\theta = 82,87^\circ \Rightarrow \alpha = 7,13^\circ$

En utilisant la loi de Descartes, l'angle d'incidence écale

à l'angle de réflexion. Donc l'angle de réflexion dans ce cas est  $82.87^\circ$ .



$$\frac{x}{200} = \tan(82.87^\circ)$$

$$x = \tan(82.87^\circ) \times 200$$

$$x = 1600 \text{ cm} \approx 16 \text{ m}$$

Donc le diamètre  $D$  du éclairé au plafond est

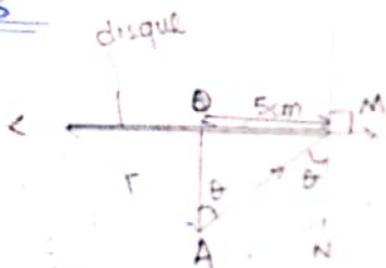
$$D = 2(x) + 10$$

$$= 2(1600) + 10$$

$$D = 3210 \text{ cm} \approx 32 \text{ m}$$

2) Si on déplace le miroir latéralement par rapport à la source de lumière, le diamètre du cercle au plafond ne change pas.

### Exercice 3



Considérons la figure ci-dessus. L'aiguille est invisible, donc le rayon lumineux quittant de l'aiguille est totalement réfléchi. Le point A sur l'aiguille est le point le plus bas, donc nous avons un rayon quittant de A. On a en appliquant la loi de Descartes

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = \sin^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

$$= \sin^{-1} \left( \frac{1}{1.33} \right)$$

$$\Rightarrow \theta = 48.75^\circ$$

Pour tout angle  $90^\circ > i \geq \theta$ , ceci est valable, où  $\theta =$  l'angle limite  $= 48.75^\circ$

Et calculons la longueur maximum de l'aiguille.

$$\tan \theta = \frac{5}{OA}$$

$$\Rightarrow OA = \frac{5}{\tan(48.75^\circ)}$$

$$OA = 4.38 \text{ cm}$$

$$\sin i > \sin \theta$$

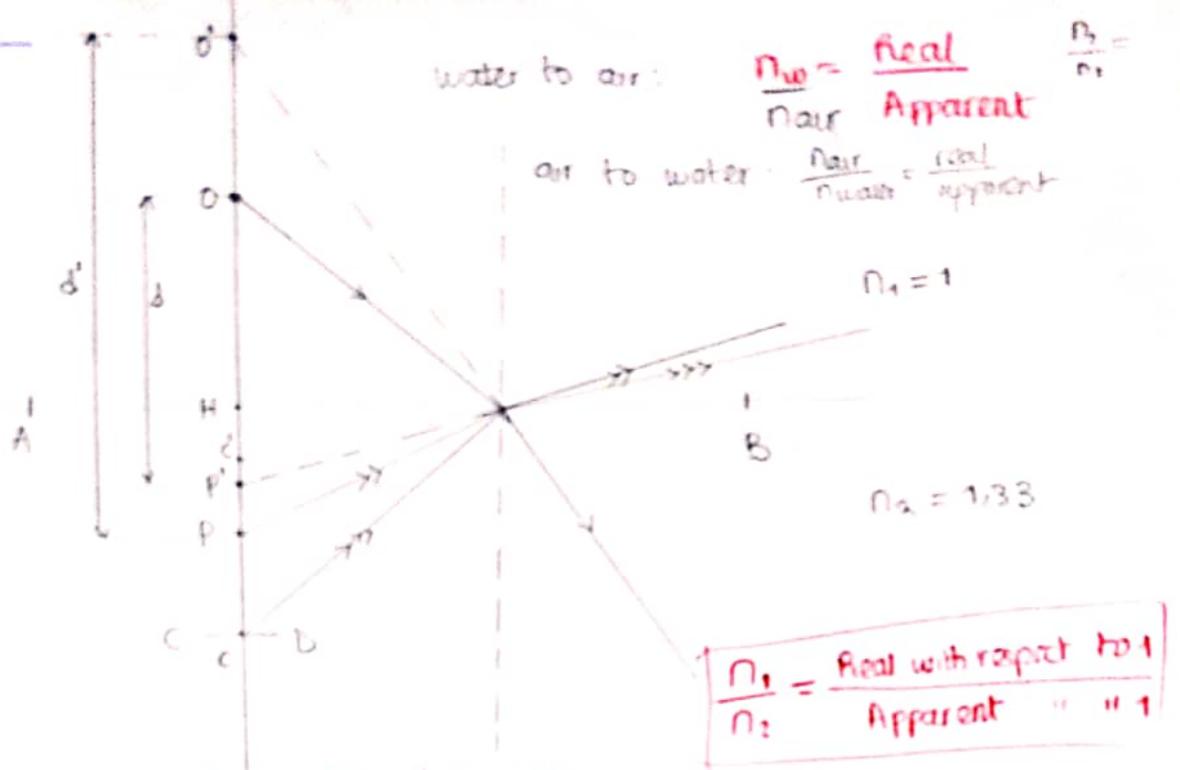
$$\Rightarrow \frac{5}{\sqrt{OA^2 + 25}} > \frac{1}{n_2}$$

$$\Rightarrow 5(1.33) > \sqrt{OA^2 + 25}$$

$$\Rightarrow OA < \sqrt{5(1.33)^2 - 25}$$

$$\Rightarrow OA_{\text{max}} = 4.38 \text{ cm}$$

# Exercice H



1) Distance que croit voir l'observateur

$$d = OH + HP'$$

$$= OH + \frac{HP}{n_2}$$

$$= 1,2 + \frac{0,8}{1,33} =$$

2) Déterminons la distance

$$PC' = PH + HC'$$

$$= PH + n_2 HC$$

$$= 0,8 + 1,33(1,2)$$

$$=$$

$$* n_2 = \frac{HC}{HC'} \Rightarrow HC' = \frac{HC}{n_2}$$

$$HC' = \frac{1,20}{1,33}$$

$$HC' =$$

$$OC = OH + HC'$$

### Exercice 5

$$n_{\text{air}} = n = 1, \quad n_{\text{eau}} = n_1 = 1,33, \quad n_{\text{diamant}} = n_2 = 2,42.$$

1) La vitesse de la lumière dans

• L'air :  $n = \frac{c}{v}$ , où  $c$  est la célérité de la lumière

$$\rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3,0 \times 10^8}{1}$$

$$v = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

• L'eau :  $n_1 = \frac{c}{v_1}$

$$\rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3,0 \times 10^8}{1,33}$$

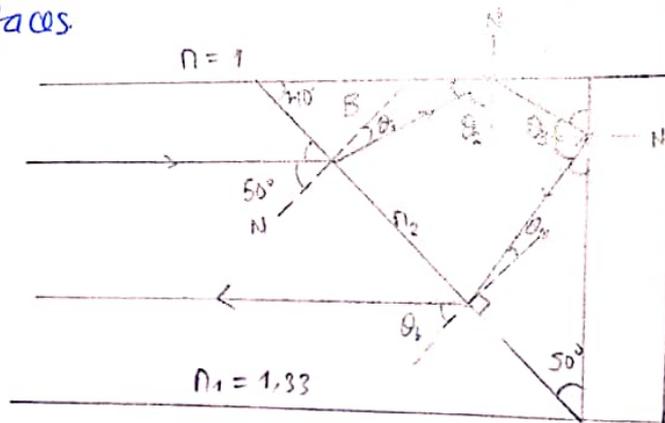
$$v_1 = 2,26 \times 10^8 \text{ m/s}$$

• Le diamant :  $n_2 = \frac{c}{v_2}$

$$\rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3,0 \times 10^8}{2,42}$$

$$v_2 = 1,24 \times 10^8 \text{ m/s}$$

2) Calculons les angles de réfraction ou de réflexion sur les rentes interfaces



$$\text{Calculons } \theta_1: n_1 \sin 50^\circ = n_2 \sin \theta_1$$

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{n_1}{n_2} \sin 50^\circ \right)$$

$$= \sin^{-1} \left( \frac{1,33}{2,42} \sin 50^\circ \right)$$

$$\theta_1 = 24,90^\circ$$

$$\text{Calculons } \theta_2: \text{ Dans le triangle B, on a } 40^\circ + 90^\circ + \theta_1 + (90^\circ - \theta_2)$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 40^\circ + 90^\circ + \theta_1 - 90^\circ$$

$$\theta_2 = 64,9^\circ$$

Calculons l'angle maximum pour la réfraction sur le dioptre d'air

$$n_2 \sin c = n_1 \sin 90^\circ$$

$$\rightarrow c = \sin^{-1} \left( \frac{1}{n_2} \right)$$

$$c = \sin^{-1} \left( \frac{1}{2,42} \right) = 24,41^\circ$$

Or  $\theta_2 = 64,90^\circ > c = 24,41^\circ$ . Donc le rayon est réfléchi dans le diamant sur la surface diamant/air.

• Sur pour le <sup>2<sup>ème</sup></sup> dioptré diamant/air

$$\theta_3 = 90 - 64,90^\circ \\ = 25,1^\circ$$

Or  $25,1^\circ = \theta_3 > c = 24,41^\circ$ . Donc le rayon est toujours réfléchi sur le deuxième dioptré de diamant/air.

• Pour le <sup>1<sup>er</sup></sup> dioptré diamant/eau.

$$\text{On a : } \theta_4 + 90^\circ - \theta_3 + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ \\ \Rightarrow \theta_4 = 50^\circ + \theta_3 - 204,9^\circ - 180^\circ \\ = 50^\circ + 25,1^\circ \\ \theta_4 = 75,1^\circ \quad \theta_4 = -24,9^\circ$$



Calculons l'angle maximum pour un rayon quittant du diamant à l'eau

$$n_2 \sin c' = n_1 \sin 90^\circ \\ c' = \sin^{-1} \left( \frac{1,33}{2,42} \right) \\ = 33,34^\circ$$

$\theta_5 = 24,9^\circ < c' = 33,34^\circ$  Donc le rayon est réfracté dans l'eau

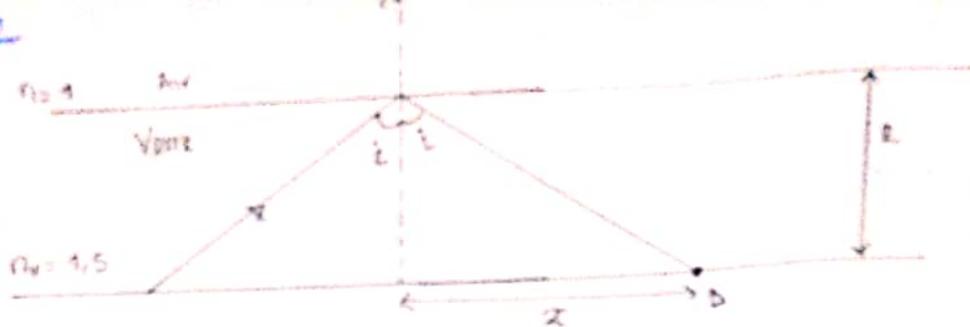
$$\text{On a } n_2 \sin \theta_5 = n_1 \sin \theta_6$$

$$\rightarrow \theta_6 = \sin^{-1} \left( \frac{n_2 \sin \theta_5}{n_1} \right) \\ = \sin^{-1} \left( \frac{2,42}{1,33} \sin(24,9^\circ) \right)$$

$$\theta_6 = 50,00^\circ$$

On constate que  $\theta_6 = 50,00^\circ$  est l'angle de la première incidence sur le diamant. Et lors de la première incidence, le rayon était entré dans l'eau en incidence normale donc elle ressort aussi normalement sans être réfracté ou réfléchi une fois de plus.

### Exercice b



1) Pour qu'il y ait réflexion totale, l'angle d'incidence sur la limite séparatrice doit être supérieur à l'angle critique  $c$ .

Cherchons  $c$   
On a

$$n_v \sin c = n_a \sin 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow c &= \sin^{-1}\left(\frac{n_a}{n_v}\right) \\ &= \sin^{-1}\left(\frac{1}{1,5}\right) \\ c &= 41,81^\circ \end{aligned}$$

Donc pour qu'il y ait réflexion totale ( $i > c = 41,81^\circ$ ). Or  $i = 60^\circ$  dans ce cas donc il y a réflexion totale.

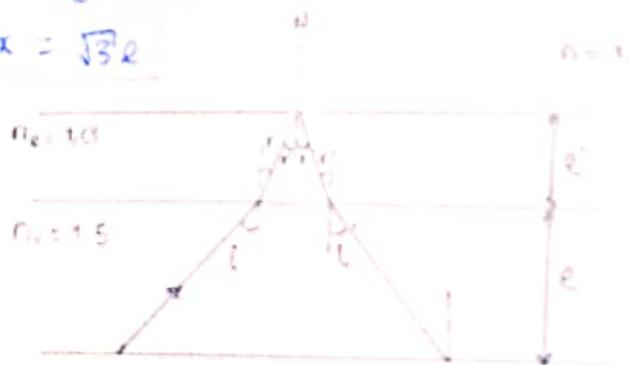
b) Trouvons où on doit placer le détecteur de la lumière  $B$ .  
Trouvons la distance  $x$ , de  $N$ , la normale à laquelle on doit placer  $B$ .

$$\tan i = \frac{x}{e}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x &= e \tan i \\ &= e \tan 60^\circ \end{aligned}$$

$$\boxed{x = \sqrt{3}e}$$

2)



Calculons l'angle d'incidence maximale pour qu'il y ait réfraction.

$$n_v \sin c' = n_a \sin 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow c' &= \sin^{-1}\left(\frac{n_a}{n_v}\right) \\ &= \sin^{-1}\left(\frac{1,33}{1,5}\right) \end{aligned}$$

$$c' = 62,46^\circ$$

Or  $i = 60^\circ < c' = 62,46^\circ$ . Donc le rayon est réfracté.

Donc, On a  $n_v \sin b'' = n_e \sin r$

$$r = \sin^{-1} \left( \frac{n_v}{n_e} \sin b'' \right)$$

$$= \sin^{-1} \left( \frac{1,33}{1,5} \sin b'' \right)$$

$$\boxed{r = 50,16^\circ} \quad r = 77,61^\circ$$

Calculons l'angle minimale pour que le rayon quittant de l'eau et allant dans l'air soit totalement réfléchi ( $c''$ )

$$n_e \sin c'' = n_v \sin 90^\circ$$

$$c'' = \sin^{-1} \left( \frac{1}{1,33} \right)$$

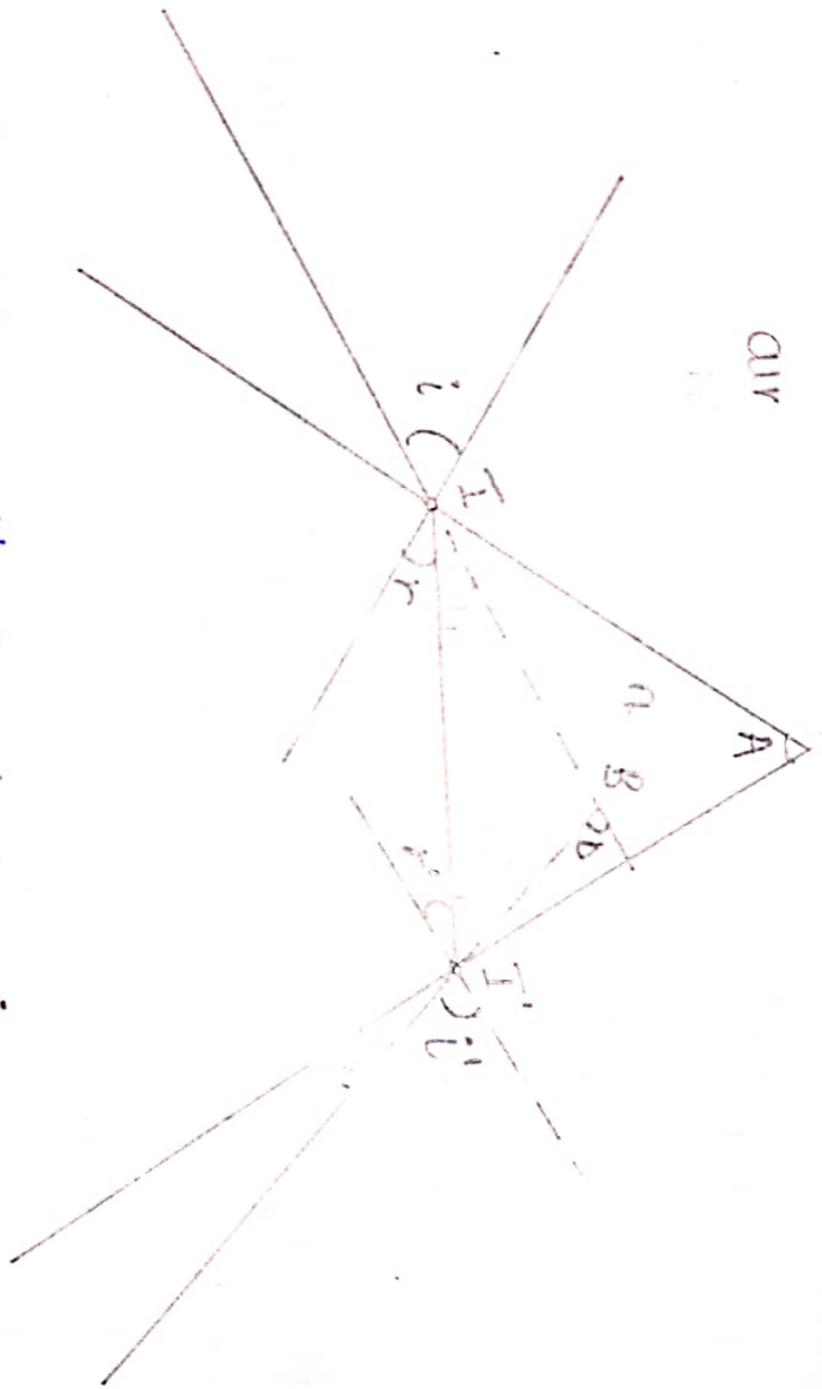
$$c'' = 48,75^\circ$$

Or  $r = 50,16^\circ > c'' = 48,75^\circ$ . Donc le rayon est réfléchi sur le dioptre eau/air.

Le rayon est donc incident sur le dioptre eau/verre encore et suivant le principe de la réversibilité de la lumière, le rayon est ~~réfracté~~ réfracté à un angle  $i$ , dans le verre, comme sur la figure.

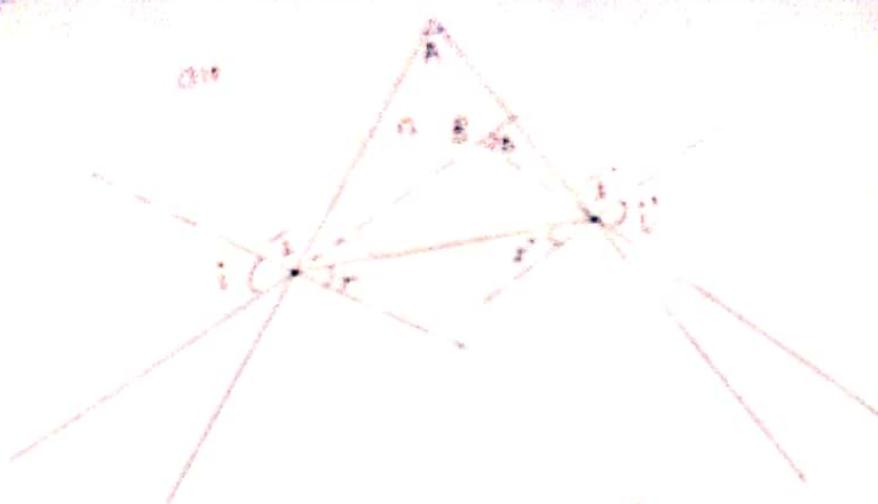
b)

### Exercice 8



1) Ecrivons la relations liants  $i$  et  $r$ ,  $i'$  et  $r'$ ;  $A$ ,  $r$  et  $r'$ ,  $D$  et  $r'$  ;

$$n \sin i = n \sin r$$



1) Ecrivons les relations liants  $i$  et  $r$ ;  $i$  et  $r'$ ;  $A$ ,  $r$  et  $r'$ , et  $i$ .

$1 \sin i = n \sin r$   
 $\rightarrow \boxed{\sin i = n \sin r} \dots (i)$

$r'$  et  $i$

$\boxed{n \sin r' = \sin i} \dots (ii)$

$A$ ,  $r$  et  $r'$

Pour le triangle  $A I I'$ ,

$A + 90^\circ - r + 90^\circ - r' = 180^\circ$   
 $\rightarrow A - r - r' = 0$   
 $\rightarrow \boxed{A = r + r'} \dots (iii)$

$D$ ,  $i$ ,  $i'$  et  $A$

Pour le triangle  $B I I'$

$(180^\circ - D) + (i - r) + (i' - r') = 180^\circ$   
 $\rightarrow 180^\circ - D + i + i' - (r + r') = 180^\circ$   
 $\rightarrow -D + i + i' - (r + r') = 180^\circ - 180^\circ$   
 Or  $A = r + r'$   
 $\rightarrow -D + i + i' - A = 0$   
 $\rightarrow \boxed{D + A = i + i'} \dots (iv)$

2) Pour  $i = i' = 1m$ , les expressions suivantes sont devenues

(i):  $i = nr$

(ii):  $i' = nr'$

$$\rightarrow \frac{i}{r} = \frac{i'}{r'} = n$$

$$\frac{i}{i'} = \frac{r}{r'} \quad \text{Or } i = i' \Rightarrow r = r'$$

$$\rightarrow \text{(iii)} \quad A = 2r \rightarrow r = \frac{A}{2}$$

(iv)  $D_{mn} + 2r = 2i$

$$\Rightarrow i = \frac{D_{mn} + r}{2}$$

4) (i)  $\sin i = n \sin r$

$$\rightarrow \sin\left(\frac{D_{mn} + r}{2}\right) = n \sin \frac{A}{2}$$

$$\rightarrow \boxed{\sin\left(\frac{D_{mn} + A}{2}\right) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

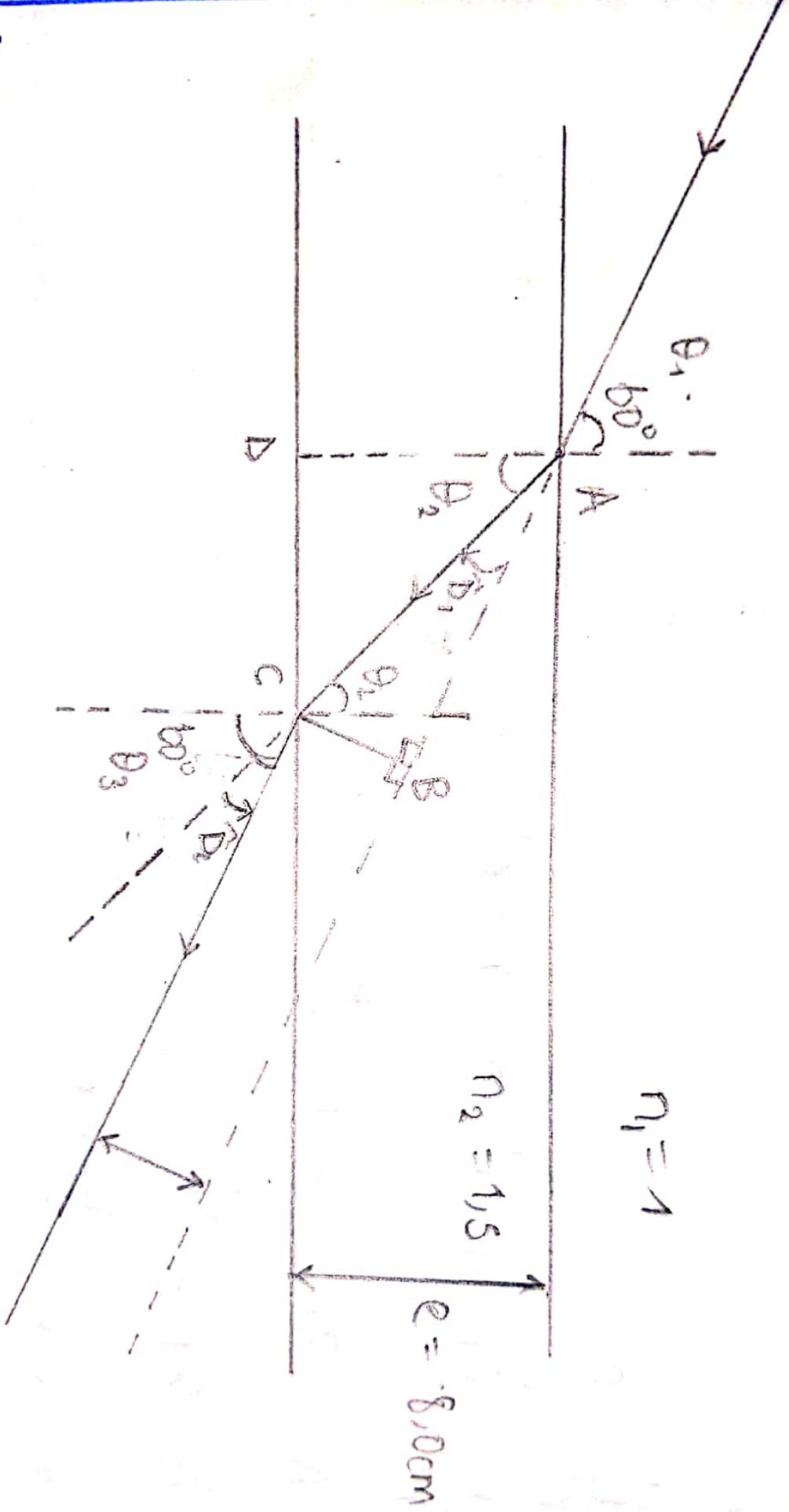
3) Quand  $i = i' = 57^\circ$

$$\rightarrow A = \frac{i}{n} + \frac{i'}{n}$$

$$A = \frac{57 + 57}{1,55}$$

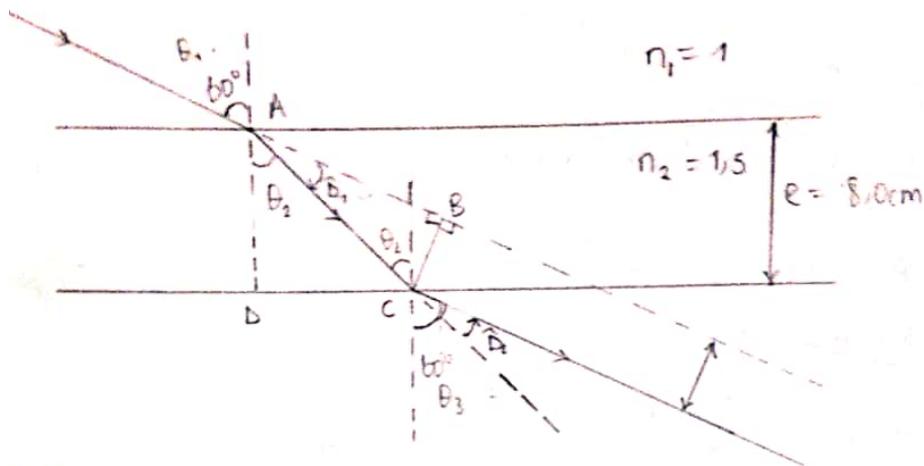
$$A =$$

5)  $n = a + \frac{10^{-14}}{\lambda^2}$



1) L'angle de transmission dans l'air,

calculer



1) L'angle de transmission dans la lame.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1\right)$$

$$= \arcsin\left(\frac{1}{1,5} \sin 60^\circ\right)$$

$$\boxed{\theta_2 = 35,26^\circ}$$

2) L'angle d'émergence,  $\theta_3$

$$\text{On a : } n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_3$$

$$\theta_3 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2\right)$$

$$= \arcsin(1,5 \sin 35,26^\circ)$$

$$\boxed{\theta_3 = 60^\circ}$$

L'angle d'émergence égal à l'angle d'incidence sur la première face de la lame, donc le rayon émergent est parallèle à le rayon incident.

3) Oui. Le fait que le rayon d'incidence est parallèle à le rayon émergent est une propriété caractéristique de la lame à deux faces. Donc on peut déduire l'angle d'émergence, sachant l'angle d'incidence.

4) Déviation angulaire  $\hat{D}$

$$\hat{D} = \hat{D}_1 + \hat{D}_2$$

$$\rightarrow \hat{D}_1 = \theta_1 - \theta_2$$

$$\hat{D}_2 = +60^\circ - 35,26^\circ$$

$$= -60^\circ + 35,26^\circ$$

$$\text{Donc } \hat{D} = -60^\circ + 35,26^\circ + 60^\circ - 35,26^\circ$$

$$\boxed{\hat{D} = 0}$$

Ce résultat était prévisible car les rayons d'incidence et émergents

nt parallèle.

Cherchons  $d$  en fonction de  $e$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ .  
dans le triangle ADC

$$\sin \theta_2 = \frac{e}{AC} \Rightarrow AC = \frac{e}{\cos \theta_2}$$

$$\sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{d}{AC} \Rightarrow AC = \frac{d}{\sin(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{\cos \theta_2} = \frac{d}{\sin(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$\rightarrow \boxed{d = \frac{e \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}}$$

La déviation latérale est proportionnelle à l'épaisseur de la lame, à l'angle d'incidence, car  $\theta_1 - \theta_2$  croît pour un grand  $\theta_1$  et  $\sin(\theta_1 - \theta_2)$  croît aussi.

1) À partir de  $d = \frac{e \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2}$ , montrons que

$$d = e \sin(\theta_2) \left( 1 - \frac{n_1 \cos(\theta_1)}{n_2 \cos(\theta_2)} \right)$$

$$\begin{aligned} d &= \frac{e \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos \theta_2} \\ &= \frac{e (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1)}{\cos \theta_2} \\ &= e \left( \sin \theta_1 - \frac{\sin \theta_2 \cos \theta_1}{\cos \theta_2} \right) \end{aligned}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{\sin \theta_1 n_1}{n_2}$$

$$\rightarrow d = e \sin(\theta_1) \left[ 1 - \frac{n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_2} \right]$$

$$\text{Or } \theta_1 = \theta_i, \theta_2 = \theta_r$$

$$\rightarrow \boxed{d = e \sin(\theta_i) \left[ 1 - \frac{n_1 \cos(\theta_i)}{n_2 \cos(\theta_r)} \right]}$$

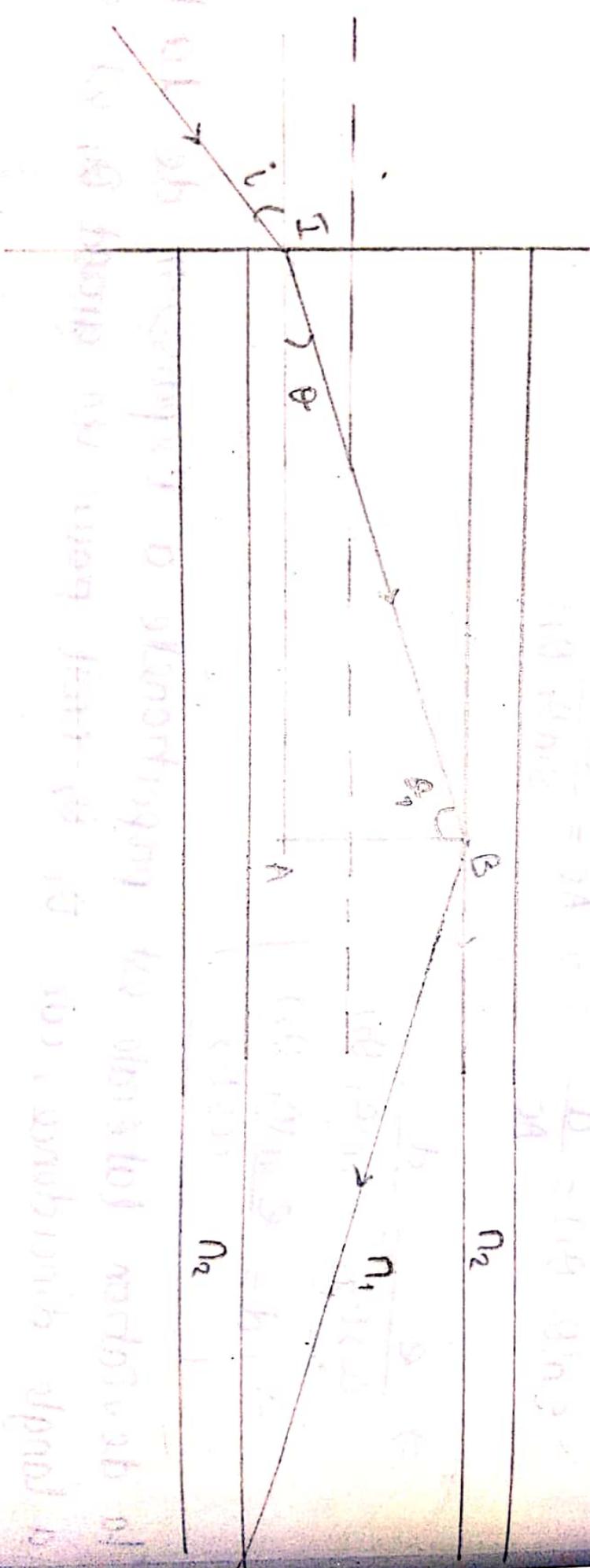
Quand les angles sont très petites,  $\sin \theta_i \approx \theta_i$  et  $\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_r} \approx 1$

$$\rightarrow d = e \theta_i \left[ 1 - \frac{n_1}{n_2} \right]$$

On peut utiliser ~~ce~~ cette propriété dans les approximations Gauss.

$$7) \boxed{d = e \theta_i \left[ 1 - \frac{n_1}{n_2} \right]}$$

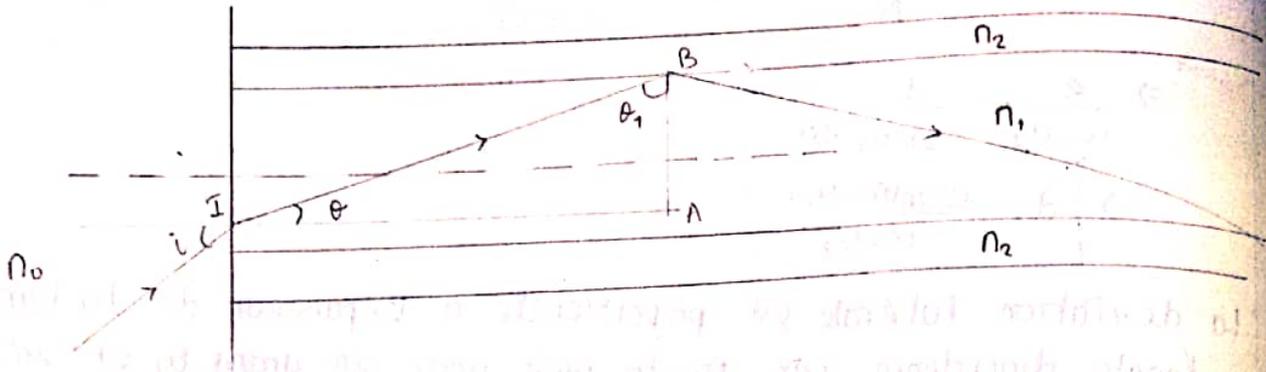
Power gain in terms of 'Power' with in communication and its loss



$$\frac{V_r}{V} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$\frac{V_t}{V} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

# Exercice 9.



Pour que le rayon réfracté ait une propagation guidée dans le cœur, comme montre ci-dessus ce rayon doit être réfléchi ~~par~~ totalement continuellement dans le cœur. Et pour que ceci arrive,  $\theta_1 > \theta_0$  ou  $\theta_0$  est l'angle limite pour  $\theta$  un rayon quittant du cœur à la gaine.

On a :  $n_1 \sin \theta_0 = n_2 \sin 90^\circ$

$n_1 \sin \theta_0 = n_2 \Rightarrow \sin \theta_0 = \frac{n_2}{n_1}$  (\*)

Or dans le triangle IAB, on a,

$\theta_0 = 180^\circ - 90^\circ - \theta$

$\theta_0 = 90 - \theta$

Et  $n_0 \sin i_0 = n_1 \sin \theta_0$

$n_0 \sin i_0 = n_1 \cos \theta_0$

$\sin i_0 = \frac{n_1}{n_0} \cos \theta_0$

$i_0 = \arcsin \left[ \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0} \right]$

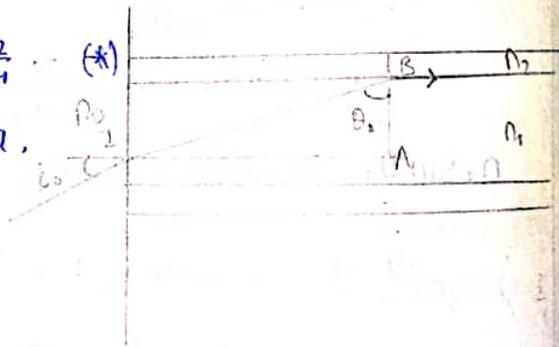
$i_0 = \arcsin \left[ \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} \right] = \arcsin \left[ \frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right]$

Et pour que  $\theta_1 > \theta_0$ ,  $i < i_0$

Donc  $i < \arcsin \left[ \frac{n_1}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} \right]$

Et  $i < i_0$

$\Rightarrow i < \arcsin \left[ \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right]$



$$3) \text{ O.N.} = n_1 \sin i_0$$

$$\text{O.N.} = n_0 \sin i_0 = n_0 \sin \theta_0$$

$$\text{O.N.} = n_0 \cos \theta_0$$

$$\text{Or } \sin \theta_0 = \frac{n_2}{n_1} \quad \dots (*)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{O.N.} &= n_0 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0} \\ &= n_0 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \\ &= n_0 \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1} \end{aligned}$$

$$\boxed{\text{O.N.} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

4) Cherchons  $i_0 = \arcsin(\sqrt{n_1^2 - n_2^2})$  pour  $n_1 = 1,456$  et  $n_2 = 1,410$ .

$$i_0 = \arcsin(\sqrt{(1,456)^2 - (1,410)^2})$$

$$\boxed{i_0 = 21,29^\circ}$$

$$\text{et } \text{O.N.} = \sqrt{(1,456)^2 - (1,410)^2}$$

$$\boxed{\text{O.N.} = 0,363}$$

•  $n_1 = 3,9$  et  $n_2 = 3,0$

$$i_0 = \arcsin(\sqrt{(3,9)^2 - (3,0)^2})$$

$$i_0 = \arcsin(2,492) \text{ qui n'existe pas}$$

$$\text{O.N.} = 0,492$$

On voit que pour les matériaux de grande  $\Delta$  indices de réfractons, la lumière ne peut pas être transmise dans la fibre optique

$$A \text{ (dB/km)} = \frac{10}{L \text{ (km)}} \log_{10} \left( \frac{\phi_1}{\phi_2} \right)$$

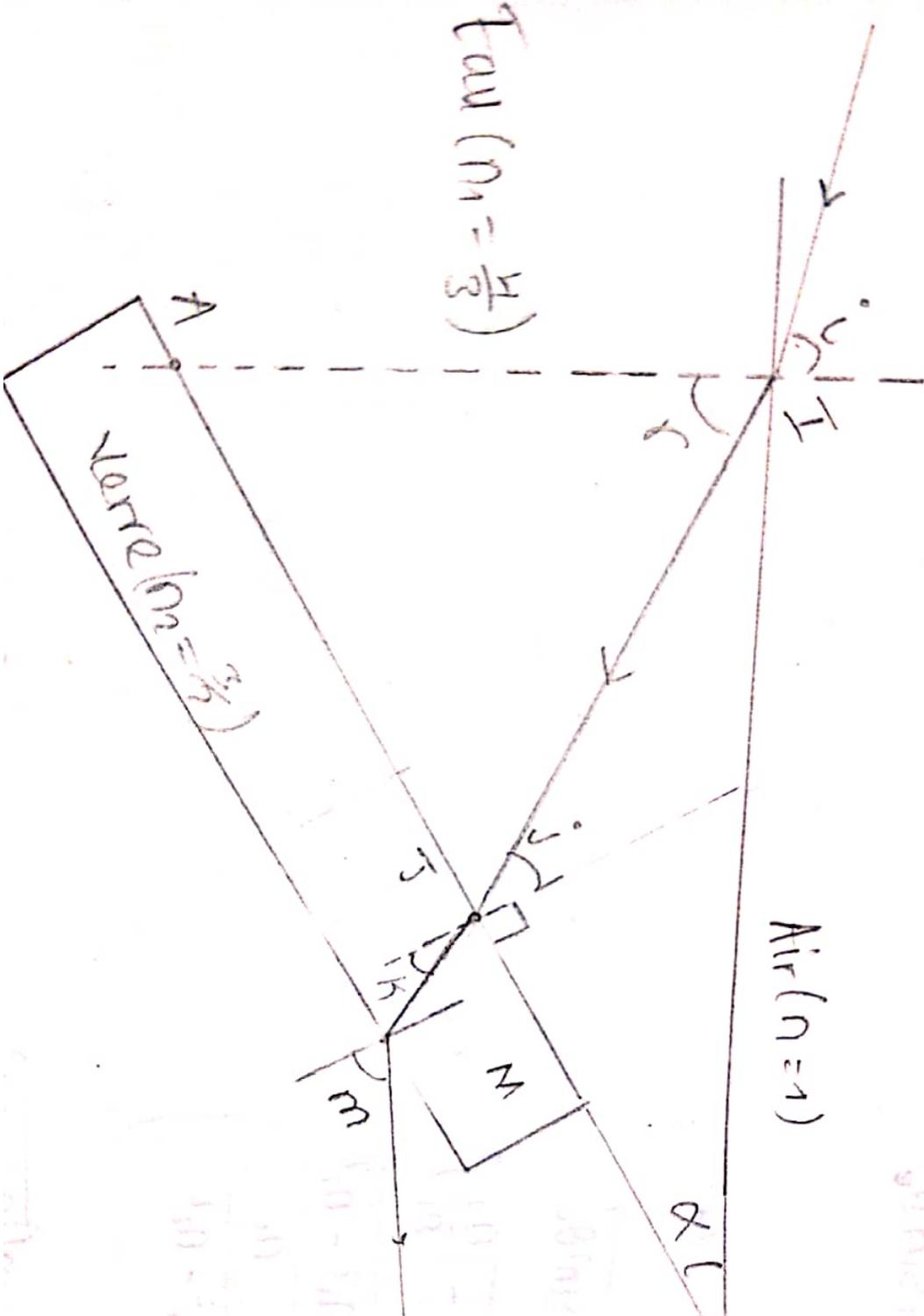
$$\phi_1 = 100\%, \quad \phi_2 = 10\%, \quad L = 50 \text{ km}$$

$$\rightarrow A = \frac{10}{50} \log_{10} \left( \frac{100}{10} \right)$$

$$= \frac{10}{50} \log_{10} (10)$$

$$\boxed{A = \frac{1}{5} \text{ dB/km}}$$

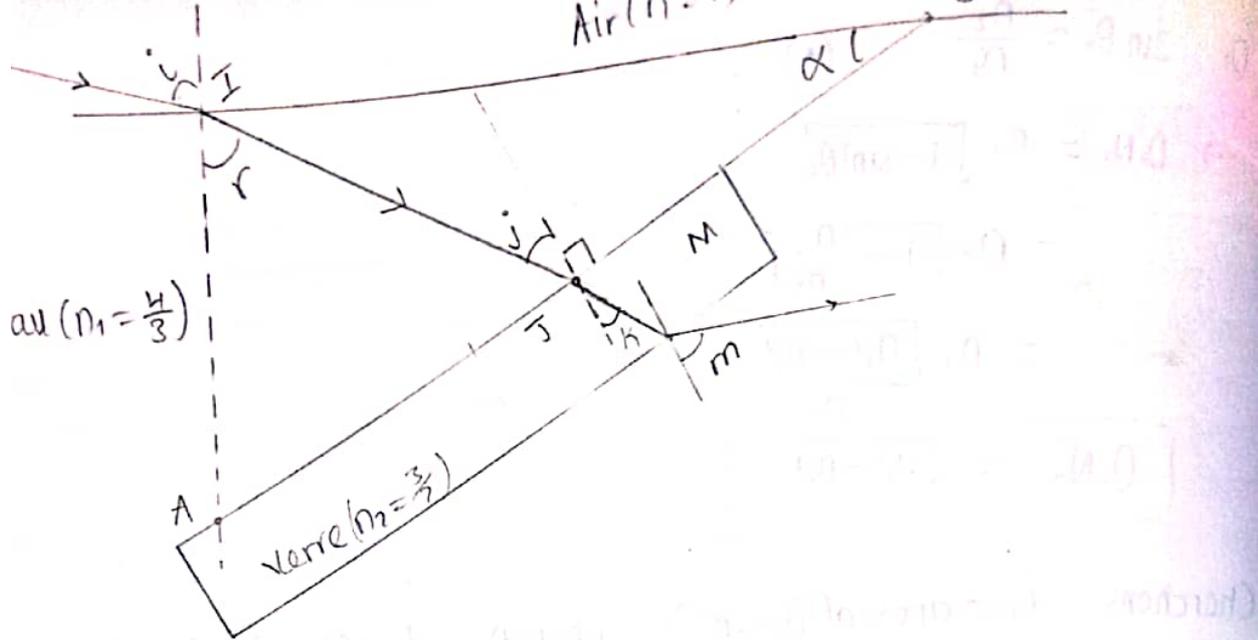
# Exercise 10



$n_1 = \frac{1}{3}$

Air ( $n=1$ )

$\sin i = \frac{1}{3} \sin r$   
 $\sin i' = \frac{3}{2} \sin r'$   
 $\sin m = \frac{3}{2} \sin \alpha$   
 $\sin i = \frac{1}{3} \sin r$   
 $\sin i' = \frac{3}{2} \sin r'$   
 $\sin m = \frac{3}{2} \sin \alpha$   
 $\sin i = \frac{1}{3} \sin r$   
 $\sin i' = \frac{3}{2} \sin r'$   
 $\sin m = \frac{3}{2} \sin \alpha$



→ Relation entre  $r$ ,  $j$  et  $\alpha$ .

La somme des angles intérieurs du triangle  $IFB$  est  $180^\circ$

$$\rightarrow 90^\circ - r + j + 90^\circ + \alpha = 180^\circ$$

$$\rightarrow 180^\circ - r + j + \alpha = 180^\circ$$

$$\rightarrow \boxed{r = j + \alpha}$$

→ Oui, le rayon peut se réfléchir, mais <sup>sous</sup> la condition que  $K > K_c$  où  $K_c$  est l'angle limite pour un rayon quittant du verre et allant dans l'eau

$$\text{Donc } n_2 \sin K_c = n_1 \sin 90^\circ$$

$$\rightarrow K_c = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

$$= \arcsin\left(\frac{4}{3} \times \frac{2}{3}\right)$$

$$K_c = \arcsin\left(\frac{8}{9}\right)$$

$$\text{donc } K > \arcsin\left(\frac{8}{9}\right)$$

→ Non, car la lumière quitte d'un milieu d'indice plus petit à un milieu d'indice qui est plus grand.

$$\rightarrow j < 90^\circ$$

$$\rightarrow r - \alpha < 90^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ \quad i = 45^\circ$$

$$\Rightarrow n_1 \sin r = n_2 \sin 45^\circ$$

$$\rightarrow r = \arcsin\left(\frac{4}{3} \sin 45^\circ\right)$$

$$r = 32,03^\circ$$

$$\Rightarrow j = \alpha - r$$

$$\rightarrow j = 20^\circ - 32,03^\circ$$

$$j = -12,03^\circ$$

$j < 0$  donc ~~oui~~

$$n_1 \sin 12,03^\circ = n_2 \sin k$$

$$\rightarrow k = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin 12,03^\circ\right)$$

$$= \arcsin\left(\frac{8}{9}\right)$$

$$k = 62,73^\circ$$

L'angle limite pour la lumière quittant le verre pour entrer dans l'air,

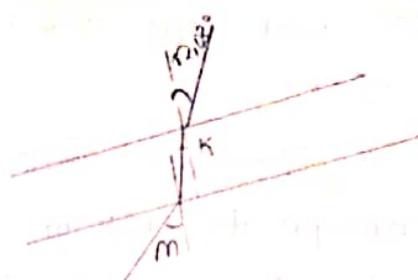
$$n_2 \sin k_L = 1 \sin 90^\circ$$

$$k_L = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n_2}\right)$$

$$= \arcsin\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$k_L = 41,81^\circ$$

mais  $k > k_L$ , donc la lumière n'arrive pas l'observateur



### Exercice 11

a) Établissons les relations entre les différents angles  $I$ ,  $J$  et  $k$ .

•  $I$  :  $n_1 = 1$

$$\rightarrow 1 \sin i = n \sin r$$

•  $J$  :  $\gamma = 90^\circ - r$

•  $K$  :  $n \sin r = n_0 \sin i'$

$$\rightarrow \sin i = \sin i'$$

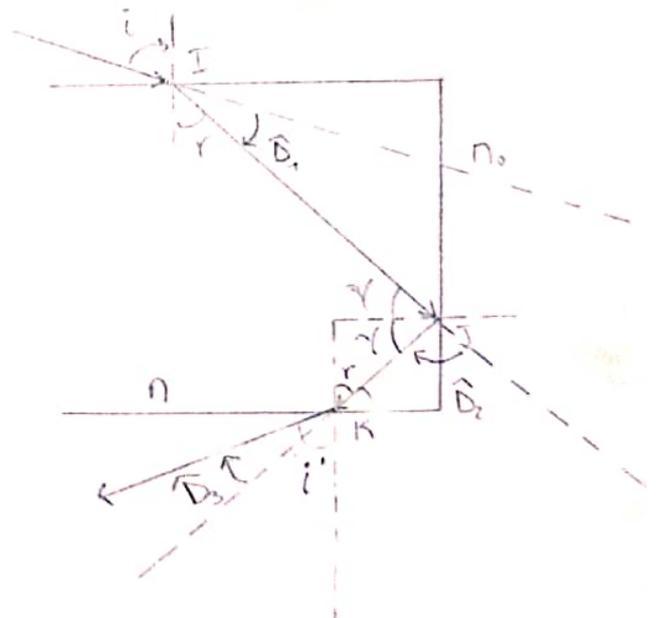
$$\rightarrow i = i' \quad \dots *$$

• Montrons que le rayon ne peut pas se réfracter en  $J$

On a :  $n \sin r = n_0 \cos r$

$$\rightarrow n \sin r = \cos r$$

$$\rightarrow 1,5 \sin r = \cos r$$



Calculons l'angle limite  $\gamma_L$

$$n \sin \gamma_L = 1 \sin 90^\circ$$

$$\rightarrow \gamma_L = \arcsin\left(\frac{1}{1,5}\right)$$

$$\gamma_L = 41,8$$

Or on voit que  $n > n_c$  donc le rayon ne peut pas se réfracter en J

Sur la troisième face, l'angle d'incidence est  $r$  et en appliquant le principe de retour inverse de la lumière, le rayon est réfracté et non réfléchi.

$i' = i$  (\*), donc la trace est incorrecte car sur la trace,  $i \neq i'$ .

b) Calculons la déviation du au parallélogramme ( $\hat{D}$ )

$$\hat{D} = \hat{D}_1 + \hat{D}_2 + \hat{D}_3$$

$$\hat{D}_1 = -(i - r)$$
$$= r - i$$

$$\hat{D}_2 = -\frac{\pi}{2}$$

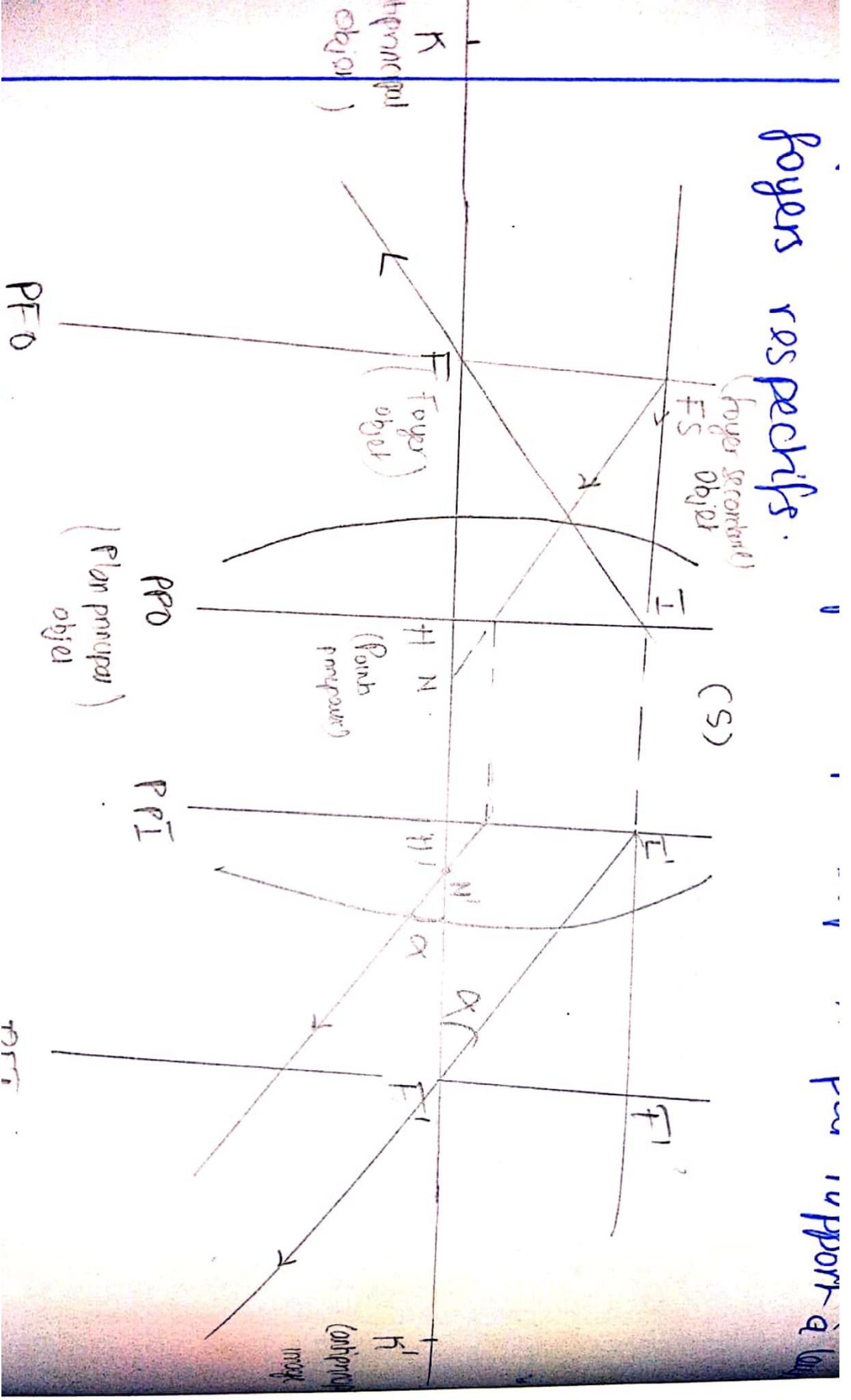
$$\hat{D}_3 = -(i - r)$$
$$= -(i - r)$$
$$= r - i$$

$$\hat{D} = r - i + r - i - \frac{\pi}{2}$$

$$\hat{D} = 2r - 2i - \frac{\pi}{2}$$



# foyers respectifs.



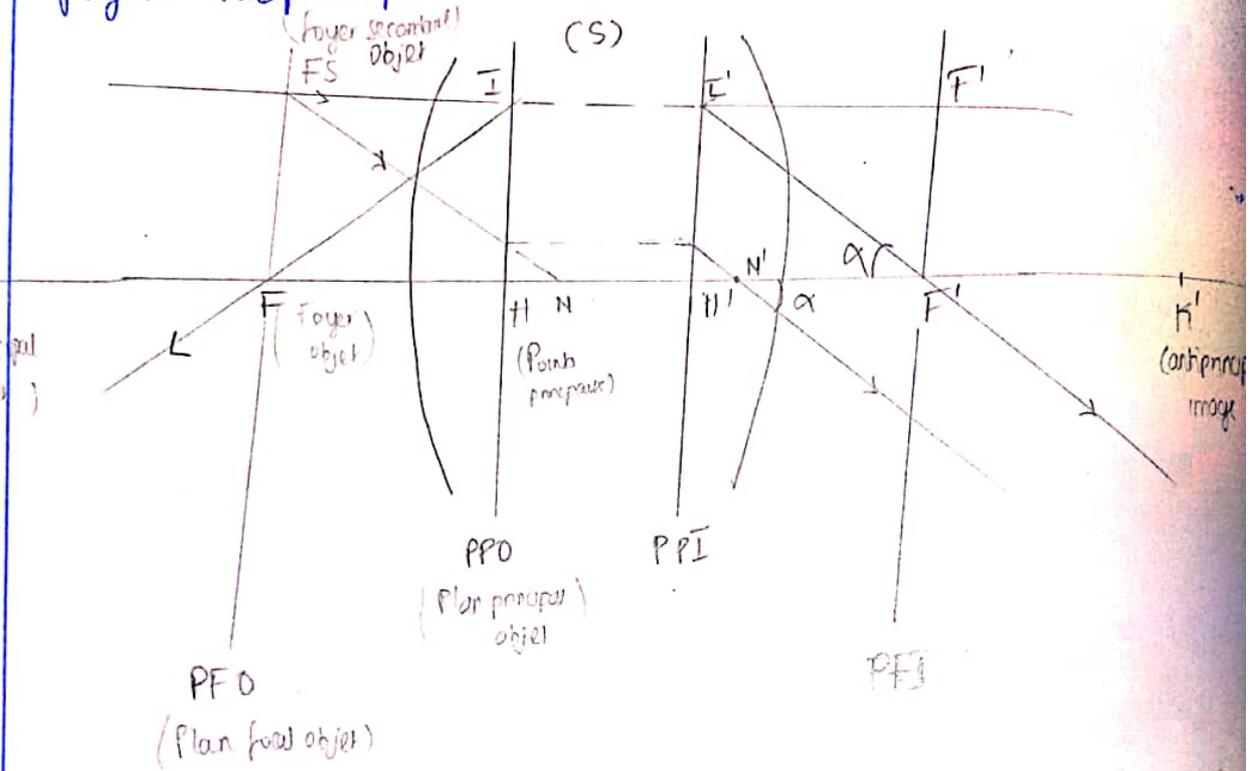
Exercice 1

**Points principaux**

L'intersection avec des plans principaux avec l'axe optique

**Points antiprincipaux**

Symétries des points principaux par rapport à leurs foyers respectifs.



$$\Rightarrow \overline{FH} = \overline{H'F'} \quad \text{et} \quad \overline{H'I} = \overline{I'H'}$$

Le grossissement angulaire pour les points nodaux est 1.  
 Les points nodaux sont deux points <sup>conjugues</sup> du système telle que le rayon incident est parallèle au rayon émergent.

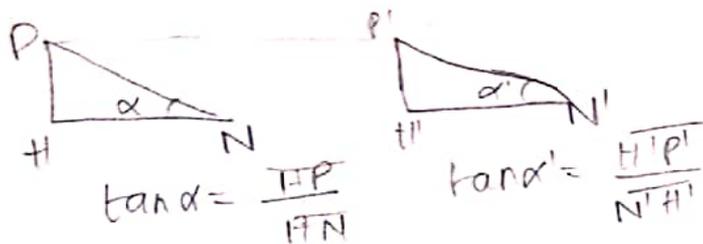
Point antinodaux: symétries des points nodaux par rapport au plan focaux respectifs.

2) Montrons que

la similitude entre les triangles  $FSFN$  et  $I'H'F'$

$$\Rightarrow \frac{\overline{NF}}{\overline{NH}} = \frac{\overline{F'H'}}{\overline{N'H'}}$$

$$\rightarrow \overline{NF} = -\overline{H'F'} \quad , \quad \text{car } \overline{NH} = -\overline{N'H'}$$



$$\tan \alpha = \frac{HP}{HN}$$

$$\tan \alpha' = \frac{H'P'}{N'H'}$$

$$\text{or } \alpha \equiv \alpha'$$

$$\rightarrow \frac{HP}{HN} = \frac{H'P'}{N'H'} \Rightarrow \overline{NH} = \overline{N'H'}$$

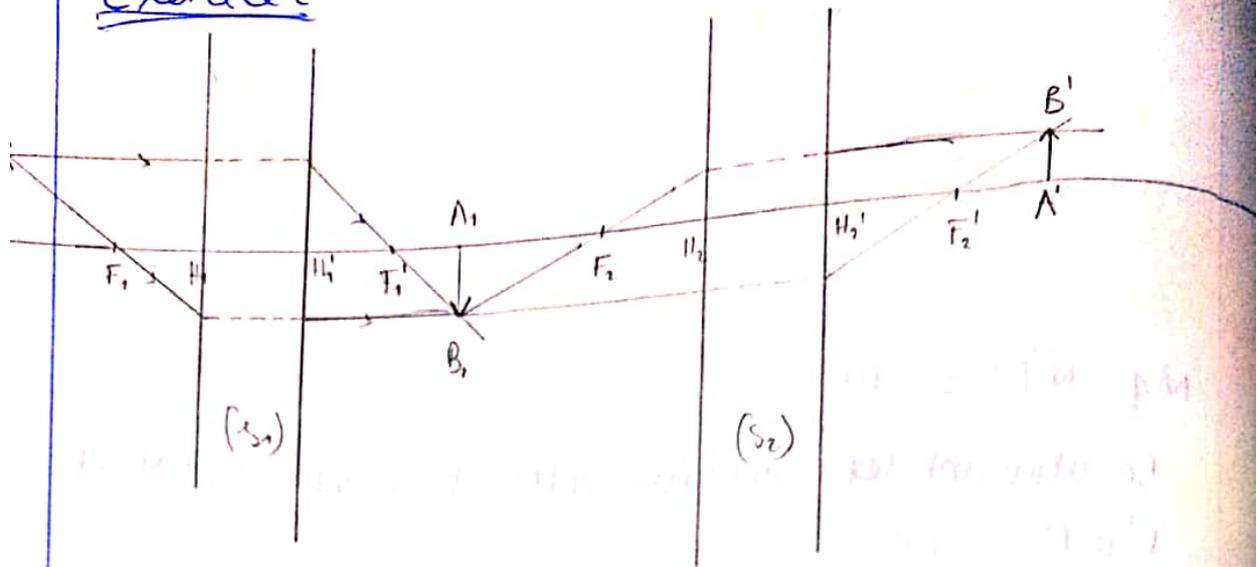
$$\text{Mq } \overline{N'F'} = -\overline{HF}$$

En utilisant la similarité entre les triangles  $FSFN$  et  $I'H'F'$ , on a

$$\begin{aligned} \cdot \quad \overline{NF} &= -\overline{H'F'} \\ \rightarrow \overline{NF} - \overline{NH} &= -\overline{H'F'} + \overline{N'H'} \\ \rightarrow -\overline{FH} &= -\overline{N'F'} \\ \overline{HF} &= \overline{N'F'} \end{aligned}$$

3) Montrons que  $\overline{MF} = \overline{H'F'}$  et  $\overline{M'F'} = \overline{HF}$

## Exercice 2



Equation de conjugaison du S système équivalent (S) :

D'après la relation de Newton, on a

$$\begin{cases} \overline{F_1 A} \cdot \overline{F_1' A'} = \overline{F_1 H_1} \cdot \overline{F_1' H_1'} = f_1 f_1' \\ \overline{F_2 A_1} \cdot \overline{F_2' A'} = \overline{F_2 H_2} \cdot \overline{F_2' H_2'} = f_2 f_2' \end{cases}$$

or  $\overline{F_1' A_1} = \overline{F_1' F_2} + \overline{F_2' A_1}$  posons  $\Delta = \overline{F_1' F_2}$

$$\overline{F_1' A_1} = \Delta + \overline{F_2' A_1}$$

$$\Rightarrow \overline{F_2' A_1} = \overline{F_1' A_1} - \Delta$$

On a aussi :  $\overline{F_2' A_1} = \frac{f_2 \cdot f_2'}{\overline{F_2' A'}}$  et  $\overline{F_1' A_1} = \frac{f_1 f_1'}{\overline{F_1' A}}$

d'où  $\overline{F_2' A_1} = \overline{F_1' A_1} - \Delta \Rightarrow \frac{f_2 \cdot f_2'}{\overline{F_2' A'}} - \Delta = \frac{f_1 f_1'}{\overline{F_1' A}}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{f_2 f_2'}{\overline{F_2' A'}} - \frac{f_1 f_1'}{\overline{F_1' A}} = \Delta} \quad \text{avec } \overline{F_1' F_2}$$

2) Déterminons les positions des foyers F et F' du système (S) :

\* Foyer image.

ici,  $\begin{cases} A = \infty \\ A' = F' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{F_1' A} = \infty \\ \overline{F_2' F'} \end{cases}$  d'où

$$\frac{f_2 \cdot f_2'}{\overline{F_2' F'}} = \Delta \Rightarrow \boxed{\overline{F_2' F'} = \frac{f_2 \cdot f_2'}{\Delta}}$$



Foyer objet

$$\text{d.} \begin{cases} A' = \infty \\ A = F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{F_2' A'} = \infty \\ \overline{F_1 F} = \overline{F_1 F} \end{cases} \Rightarrow \frac{-h \cdot h'}{\overline{F_1 F}} = \Delta$$

$$\rightarrow \boxed{\overline{F_1 F} = -\frac{h \cdot h'}{\Delta}}$$